

## **Groupe de travail de l'Académie des sciences sur les unités de base et les constantes fondamentales**

### **Rapport du Président du Groupe de travail**

Le Groupe de travail sur les unités de base et les constantes fondamentales a été créé en 2002, sur proposition de Christian Bordé, par l'Académie des sciences. Placé sous la présidence de Hubert Curien, il était en outre composé de

- 9 membres, correspondants ou associé étrangers : MM Christian Bordé (vice-président), Thibault Damour, Daniel Estève, Pierre Fayet, Bernard Guinot, Yves Jeannin, Jean Kovalevsky (Président après le décès de H. Curien), Pierre Perrier et Gabriele Veneziano ;
- 3 Invités permanents : Marc Himbert (CNAM), Terry Quinn (BIPM) et Christophe Salomon (LKB/ENS).

Madame Claudine Thomas (BIPM) assurait le secrétariat scientifique.

Les objectifs du Groupe de travail étaient les suivants :

- 1- Étudier de façon critique le Système international d'unités (SI) et analyser la pertinence et la faisabilité d'un nouveau schéma plus cohérent, fondé sur les constantes fondamentales ;
- 2- Examiner le statut des constantes fondamentales y compris leurs éventuelles variations spatio-temporelles ;
- 3- Réfléchir sur les règles de mise en pratique des définitions proposées ;
- 4- Faire connaître les résultats des conclusions du groupe au niveau international ;
- 5- Analyser les forces et faiblesses de la Métrologie fondamentale en France et faire les recommandations appropriées ;
- 6- Anticiper les futurs besoins de haute technologie.

Le groupe de travail s'est réuni 20 fois au cours des trois ans de son existence. Malgré cela, seuls les points 1 à 4 ont été abordés et discutés de manière très détaillée. Deux rapports ont été présentés au Comité consultatif des unités (CCU) du CIPM et un au CIPM. Par ailleurs, un dossier dédié à la métrologie fondamentale a été publié dans les Comptes-Rendus Physique (pp. 789-931, N°8, 2004) ainsi qu'un article sur la réforme du système d'unités rédigé par Christian Bordé pour la lettre de l'Académie des sciences (N° 20, janvier 2007).

Les points 5 et 6 n'ont pas été abordés ou bien occasionnellement de façon très superficielle. Il n'en demeure pas moins qu'il s'agit de domaines dans lesquels l'Académie aurait la possibilité d'avoir une influence capitale.

Un résumé des travaux du Groupe est présenté dans ce qui suit, les annexes précisant certains points.

## 1. Temps et longueur

Les coordonnées d'espace et de temps sont reliées naturellement par les transformations de Lorentz dans le cadre conceptuel de la théorie de la Relativité et la vitesse de la lumière  $c$  intervient comme facteur de conversion dans ces transformations de symétrie. Il est donc naturel que cette relation se retrouve dans la définition des unités. Cela a été possible grâce aux progrès de la physique dans la deuxième moitié du XXe siècle.

La seconde est toujours définie par la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à une transition hyperfine de l'état fondamental du césium 133. En revanche, le mètre est la première unité pour laquelle une nouvelle définition s'est imposée à partir de la définition de la seconde et d'une constante fondamentale (la vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , fixée conventionnellement à 299 792 458 m/s exactement).

C'est l'archétype réussi de la démarche que le Groupe de travail a poursuivi et son analyse est exemplaire pour servir de modèle à une redéfinition des autres unités du SI.

Il faut noter que la définition de la seconde se réfère à une fréquence micro-onde alors que la pratique des mesures de longueur se fait dans le domaine visible. Grâce à la technique des lasers femtosecondes, il est facile de comparer les fréquences optiques avec celle du césium 133. Toutefois, il serait plus avantageux de redéfinir la seconde à partir de fréquences optiques qui permettraient en outre d'avoir une meilleure précision de lecture. Certaines horloges optiques existent déjà et de nombreuses autres sont en construction. Le groupe de travail a recommandé de poursuivre l'effort autant sur la mise en pratique de la définition du mètre à l'aide de lasers stabilisés et de continuer à développer des horloges optiques en utilisant une variété d'atomes afin de les comparer entre elles. L'annexe 1 présente l'état de la question et les développements attendus.

En outre, le groupe de travail recommande la poursuite des tests sur la propagation de la lumière, de la Relativité et de la dilatation du temps. À la précision attendue des nouvelles horloges optiques, les effets de la Relativité générale ne peuvent plus être négligés dans un laboratoire et même à l'intérieur d'une horloge. Par ailleurs, les comparaisons d'horloges à distance ne peuvent être effectuées que dans le cadre de la théorie de la Relativité générale. Il en est de même pour la définition et l'établissement des échelles de temps. L'annexe 2 développe ces applications.

## 2. Masse et quantité de matière

Dans le cadre de la Relativité générale et à la précision des mesures métrologiques, la masse est un invariant. Pour définir l'unité de masse, on peut donc se rapporter à une quantité fixée d'atomes d'un ou plusieurs éléments chimiques. C'est ce qui se passe avec la définition actuelle du kilogramme qui est la masse d'un prototype en platine iridié déposé au BIPM. L'inconvénient est que, malgré le soin avec lequel on effectue le lavage avant utilisation, on constate que la masse a varié par adsorption ou par usure de quelques dizaines de microgrammes. Cette situation devient inacceptable.

Il serait bien plus satisfaisant de partir de la masse d'une particule microscopique (électron ou atome) a priori parfaitement reproductible et de remonter à l'échelle macroscopique. Pour faire ce lien, il faut réaliser un objet dont le nombre d'atomes d'un isotope d'un corps pur (on

a choisi le silicium 28) soit connu et dont la masse puisse être comparée à celle du kilogramme étalon. Ceci revient à déterminer le nombre d'Avogadro  $N_A$ . Un programme international a été mis en place pour la détermination du nombre d'Avogadro à partir de la connaissance de toutes les caractéristiques physiques d'une sphère de silicium (dimension, masse, volume de la maille, composition isotopique, état de surface, etc.). Ce programme a rencontré et déjà surmonté de nombreuses difficultés, mais on n'a pas encore déterminé le nombre d'Avogadro avec une incertitude relative de  $2 \cdot 10^{-8}$ , valeur qui serait compatible avec la redéfinition du kilogramme.

En fait, la notion de masse ne se réduit pas à celle de quantité de matière. Il est possible, comme dans le cas du mètre, de relier l'unité de masse à l'unité de temps. En effet, de Broglie a montré qu'à toute masse  $M$ , on peut associer un phénomène oscillatoire de fréquence  $\nu_M$  telle que  $h\nu_M = Mc^2$ . Cela revient ainsi à rapporter la définition du kilogramme à la constante de Planck  $h$  dont la valeur serait fixée par convention. Cette approche a été longuement discutée par le Groupe de travail qui l'a recommandée au CCU. L'annexe 3 donne le texte de l'avis du Groupe et contient en résumé l'argumentaire menant à cette conclusion.

La conséquence pratique d'une telle définition est la possibilité de comparer directement la force de gravité agissant sur une masse  $M$  (par exemple de 1 kg) avec une force que subit une bobine traversée par un courant d'intensité  $I$  dans un champ magnétique, puis celle-ci est déplacée dans le même champ avec une vitesse constante  $v$  et l'on mesure la force électromotrice induite  $U$ . On obtient la relation  $Mgv = UI$ . C'est l'expérience de la balance du watt dont plusieurs exemplaires existent ou sont en construction dans le monde.

Actuellement, les résultats obtenus avec la balance du watt ne sont pas compatibles ni entre eux, ni avec ceux de la sphère de silicium. Tout en étant en faveur de la définition utilisant la constante de Planck, le Groupe de travail estime qu'il est indispensable d'attendre que les deux méthodes donnent des résultats cohérents avant de formuler la nouvelle définition du kilogramme.

La mole est une quantité d'objets microscopiques définie comme un nombre conventionnel d'entités identiques. Ce nombre sans dimension a été choisi arbitrairement égal au nombre d'atomes, supposés isolés, au repos et dans leur état fondamental, contenus dans 0,012 kg de carbone 12. C'est donc, à un facteur numérique 0,012 près, le rapport sans dimension de la masse du kilogramme étalon à la masse de l'atome de carbone. La constante d'Avogadro  $N_A$  désigne généralement ce même nombre rapporté à une mole et elle est exprimée en  $\text{mol}^{-1}$ .

Il a été proposé au sein du Groupe de travail que la définition de la mole soit modifiée et se rapporte directement au nombre d'Avogadro, constante fondamentale de la physique, sans passer par l'intermédiaire de l'atome de carbone. La discussion est en cours et l'annexe 4 fait le point sur les arguments pour conserver l'ancienne définition ou la changer.

### 3. Unités électriques

Le Groupe de travail a consacré près de la moitié de ses réunions au problème d'une nouvelle définition des unités électriques. Si des conclusions ont pu être rédigées pour le compte du CCU et du CIPM, le choix qui a été présenté n'a pas recueilli l'unanimité. Résumons la situation.

Actuellement, la mise en œuvre de la définition de l'ampère n'est pas possible avec l'exactitude nécessaire aux besoins courants de l'industrie. Aussi, le CIPM a-t-il décidé de fixer des valeurs conventionnelles à la constante de Josephson  $K_J$  pour les mesures de potentiel électrique et à la constante de von Klitzing  $R_K$  pour les mesures de résistance. Ces valeurs étaient les meilleures déterminations à l'époque de la décision (1990), mais elles n'ont pas des incertitudes cohérentes. En particulier l'incertitude sur  $K_J$  est  $4.10^{-8}$ , nettement plus grande que celle sur  $R_K$  ( $2.10^{-8}$ ). Ces constantes peuvent être exprimées avec une très bonne approximation en fonction de  $e$  et de la constante de Planck  $h$  par :  $K_J = h/2e$  et  $R_K = e^2/h$ . Ces formules sont de très bonnes approximations, mais on ne peut pas exclure l'existence de termes correctifs. Or, actuellement, des exactitudes de  $10^{-10}$  sont souvent nécessaires et cette absence de cohérence entre les valeurs utilisées équivaut à sortir du SI.

Deux définitions qui ont été étudiées, la seconde étant une proposition originale du Groupe de travail.

1. Une définition fondée sur la charge du positron,  $e$ , dont la valeur dans le SI serait fixée par convention. Ainsi l'ampère serait défini comme étant un certain nombre de charges élémentaires  $-e$  par seconde.
2. Prendre pour base la charge de Planck  $q_P = (2\varepsilon_0 hc)^{1/2}$ . Dans cette dernière expression,  $c$  et  $h$  sont fixés dans les définitions du mètre et du kilogramme tandis que  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide qui serait ainsi fixée comme c'est le cas dans la définition actuelle.

La seconde option s'exprime aussi en fonction de l'impédance du vide  $Z_0$  :  $q_P = (2h/Z_0)^{1/2}$  ou encore en fonction de la constante de structure fine  $\alpha$  et  $e$  :  $q_P = e\alpha^{-1/2}$ .

On trouvera une discussion de ces deux propositions dans l'annexe 5 qui est le rapport du Groupe de travail au CIPM sur les unités électriques. En fait, il s'agit fondamentalement de choisir entre deux visions de la Physique :

1.  $\alpha$  est une propriété du vide et, en ce cas, on choisit  $e$  comme base des unités,
2.  $\alpha$  représente une propriété de l'électron, ce qui justifierait le choix de  $q_P$ .

Le Groupe de travail est resté divisé quant au choix entre les deux options, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. Toutefois la majorité s'est prononcée pour le choix de la charge de Planck pour définir le coulomb. Il a, en revanche, été unanime à recommander fortement la poursuite des efforts pour mettre en œuvre la balance du watt et la capacité calculable de Lampard, afin de valider les expressions de  $K_J$  et  $R_K$ .

#### 4. Température

La température est repérée sur une échelle de température thermodynamique dont l'unité est le kelvin défini comme étant la fraction  $1/273,16$  de la température thermodynamique du point triple de l'eau. Le CIPM a, de plus, précisé en 2005 sa composition isotopique. En pratique, l'échelle est définie par un certain nombre de points fixes dont la température est donnée pour permettre les interpolations. Actuellement, c'est l'ITS-90 (International Temperature Scale) qui est adoptée.

La mécanique statistique permet de passer des probabilités à l'entropie grâce à la constante de Boltzmann  $k_B$  qui est une constante fondamentale dimensionnée. Elle est le facteur de

conversion entre les énergies thermique et mécanique et s'exprime en joules par kelvin. Dans une définition du kelvin fondée sur  $k_B$ , le Groupe de travail a recommandé que la valeur qu'il faudra conventionnellement donner à cette constante soit telle que la température du point triple de l'eau soit 273,16 K avec une incertitude de 0,46 mK.

L'historique des échelles de température et les problèmes liés à cette nouvelle définition du kelvin sont présentés dans l'annexe 6.

## 5. Conclusions

Le groupe de travail n'a pas, loin de là, épuisé tous les problèmes que pose la métrologie fondamentale. Nous avons dit dans l'introduction que les problèmes liés à la Métrologie française proprement dite (points 5 à 7) n'ont pas été abordés. Mais il y a aussi lieu de continuer l'implication de l'Académie des sciences à l'élaboration des nouvelles bases du Système international d'unités (SI). Cela comporte une participation active aux discussions qui vont précéder l'adoption de nouvelles définitions des unités, mais aussi l'exploration de quelques points durs sur le plan théorique. Citons :

1. La métrologie électrique quantique : validité des formules donnant  $R_K, K_J$  ;
2. Les limites quantiques des mesures, de la mesure de masse en particulier ;
3. La redéfinition de l'unité de temps ;
4. La signification de la fréquence de de Broglie-Compton pour un objet macroscopique et plus généralement la validité de la mécanique quantique au niveau macroscopique compte tenu des phénomènes de décohérence ;
6. Le rôle de la théorie de la Relativité en métrologie du temps, etc....

**En créant le Comité « Science et métrologie », l'Académie s'est donné les moyens pour s'attaquer à ces tâches.**

## Annexe 1 Unités de temps et de longueur

Jean Kovalevsky et Christophe Salomon

Le mètre et la seconde sont, avec le kilogramme, les unités de base les plus anciennes du système métrique. Jusqu'en 1960, le mètre était défini par l'étalon international déposé au BIPM à Sèvres (comme l'est toujours le kilogramme) et la seconde par la rotation de la Terre supposée uniforme et, depuis les années 1940, corrigée plus ou moins bien de ses irrégularités. Ces définitions ne permettaient plus de répondre aux besoins de la technique. Pour le mètre, on a eu recours à une radiation émise par la transition entre les niveaux  $2p_{10}$  et  $5d_5$  du Krypton 86, et produite par une lampe à décharge. Le mètre était défini comme la longueur égale à 1 650 763,73 fois cette longueur d'onde. On avait ainsi une définition qui ne se référait plus à un artefact, mais à un phénomène physique naturel.

Pour la seconde, ce fut plus long. Pendant quelques années, à partir de 1960, on a utilisé le mouvement de la Terre autour du Soleil (Temps des éphémérides) mieux modélisable, mais la précision de lecture était tout à fait insuffisante (un tour en un an pour le Soleil, un mois pour la Lune). Les progrès de l'électronique, des oscillateurs à quartz, et la mise au point de cavités résonnantes efficaces ont permis la construction d'étalons de fréquence dans le domaine des micro-ondes. La fréquence de la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du césium 133 a été choisie en 1967 et la seconde est désormais définie comme étant la durée de 9 192 631 770 périodes de cette radiation. Comme pour le mètre, on se réfère à un phénomène physique naturel. Notons toutefois que, dans les deux cas, on ne sait pas exprimer la valeur de ces longueurs d'onde en fonction des constantes fondamentales de la physique avec une précision suffisante.

Autant les étalons de fréquences ont prouvé qu'ils avaient une forte capacité d'amélioration, autant la situation restait bloquée avec les lampes. La solution, en 1983, a été de définir le mètre en fonction de la seconde en fixant de façon *ne varietur* la valeur de la vitesse de la lumière,  $c = 299\,792\,458$  m/s. Cette définition marque le point de départ de deux pistes d'évolution de la métrologie fondamentale qui sont maintenant d'une brûlante actualité.

1°) Pour la première fois, une constante fondamentale de la physique entrait dans la définition d'une unité du SI, (mais en partie seulement, puisque la longueur d'onde du césium n'est pas exprimée explicitement en fonction de telles constantes).

2°) Désormais, les unités de temps et de longueur sont indissolublement liées et, théoriquement, tout progrès dans la représentation de l'une se répercute sur l'autre. Toutefois, comparer des longueurs d'onde optiques utilisées en pratique pour les mesures de longueur avec celle du césium conduisait à des montages très lourds. En effet, pour compter les fréquences optiques, il fallait jusqu'à tout récemment les diviser en étapes successives vers le domaine micro-onde, ou les méthodes de comptage sont bien maîtrisées. L'invention et la mise en œuvre à la fin des années 1990 des peignes de fréquence utilisant un laser femtoseconde ont résolu ce problème.

La connexion domaine micro-onde domaine optique s'effectue à l'aide d'un montage relativement simple et c'est donc vers une réalisation toujours plus exacte de la seconde que l'on dirige depuis les efforts.

### **Les étalons de fréquence actuels**

Les premiers étalons de fréquence à jet de césium avaient une exactitude relative de quelques  $10^{-10}$ . Les progrès techniques ont permis d'améliorer cette exactitude d'un facteur 10 tous les 10 à 12 ans. Vers 1990, de nouvelles méthodes apparaissent. L'utilisation des méthodes de pompage optique par laser ont conduit à une amélioration importante du rapport signal sur bruit et on a atteint une exactitude de l'ordre de  $6.10^{-15}$  et une stabilité pour un temps  $\tau$  de prise de moyenne (variance d'Allan) de  $3,5.10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

Mais la révolution a été apportée par la possibilité de créer des mélasses d'atomes froids permettant des temps d'interaction beaucoup plus grands. Dans les étalons à fontaine atomique, ces temps sont de l'ordre de la demi-seconde conduisant à une largeur de résonance de 1 Hz, soit cent fois mieux que dans les horloges à jet.

L'étude des fontaines atomiques est une des remarquables réalisations du SYRTE à l'Observatoire de Paris. Elle ne peut se faire que par comparaison avec d'autres oscillateurs suffisamment stables pour permettre d'évaluer le bruit de l'étalon. Ceci a été réalisé grâce à un oscillateur à quartz australien et, surtout, par la comparaison de plusieurs fontaines. L'incertitude relative atteinte pour des fontaines à césium est actuellement de  $3.10^{-16}$  et la stabilité atteint  $1,4.10^{-16}$ . Des performances analogues sont attendues d'une horloge plus petite, PHARAO, destinée à fonctionner en impesanteur sur la station spatiale.

### **Évolution future des étalons de fréquence**

Une limite fondamentale des étalons à césium est le déplacement de la résonance, induit par les interactions entre atomes, alors qu'il est 70 fois plus petit dans le cas de la transition hyperfine du rubidium 87. Avec une fontaine à rubidium, on pourrait atteindre une stabilité de  $3.10^{-17}$  sur la moyenne d'une journée. Mais il ne s'agira pas d'exactitude puisque la seconde n'est pas définie à partir du rubidium. Il faut d'ailleurs être prudent, car on parle alors d'effets qui sont à  $10^{-6}$  de la largeur de la résonance. Pour un gain relativement faible, il ne paraît pas raisonnable de modifier la définition de la seconde en faveur du rubidium.

### **Les horloges optiques**

Il y a, en revanche de réels espoirs en ce qui concerne les horloges travaillant en fréquences optiques. En effet, la qualité d'une horloge optique est proportionnelle à  $\nu TS/B$  où  $\nu$  est la fréquence de l'horloge,  $T$  le temps d'interaction, et  $S/B$  le rapport signal sur bruit. Or, par rapport aux horloges micro-ondes,  $\nu$  est plus grand d'un facteur  $10^5$ . Avec un seul atome ( $S/B=1$ , limite quantique), un gain de 5 ordres de grandeur soit une stabilité de  $10^{-15}$  en une seconde !

Les méthodes conventionnelles de spectroscopie sous-Doppler (absorption saturée, spectroscopie à deux photons) qui permettent d'utiliser les atomes en vol libre, ont énormément progressé. Rappelons qu'elles ont permis la redéfinition du mètre en 1983, la mesure très précise de la constante de Rydberg et bien d'autres. Elles sont mises en œuvre pour la plupart des mises en pratique de la définition du mètre : iode, méthane, hydrogène...

Elles ont évolué vers l'interférométrie atomique ou moléculaire de Ramsey-Bordé généralement en association avec des nuages d'atomes froids. Par exemple, le groupe de Hollberg à Boulder a

obtenu récemment (*Metrologia*, avril 2007) des performances spectaculaires pour le calcium froid : incertitude relative de  $7.5 \cdot 10^{-15}$  et stabilité de  $2 \cdot 10^{-15}$  en 10 secondes et de  $2 \cdot 10^{-16}$  en 2000 secondes. La limitation actuelle de l'exactitude est liée à des effets Doppler résiduels qui doivent pouvoir être éliminés dans une configuration verticale où le nuage atomique serait en lévitation dans le champ de pesanteur. L'importance de ces méthodes vient aussi de leur application à la mesure très précise des champs d'inertie (accéléromètres, gravimètres ou gyromètres) et elles sont donc associées au développement de la balance du watt pour la mesure de la gravité terrestre. Enfin, elles permettent la détermination du rapport  $h/m$  pour les espèces atomiques et par suite de la constante de structure fine, actuellement à  $3 \cdot 10^{-9}$ , ce qui revêt une importance considérable pour la métrologie des masses (redéfinition du kilogramme), la métrologie électrique (test de l'expression de  $R_K$ ) et les tests de l'électrodynamique quantique (comparaison avec  $g-2$ ).

Une solution a priori séduisante serait de définir la seconde à partir de l'atome d'hydrogène. L'avantage serait qu'en principe la fréquence serait beaucoup moins compliquée à calculer que pour des atomes complexes et permettrait ainsi de se rattacher à des constantes fondamentales de la Physique. On envisage ainsi la transition optique UV 1s-2s à 120 nm. Mais on est très loin d'atteindre une exactitude de calcul suffisante. Comme de plus les expériences sur l'hydrogène sont très délicates, et malgré des travaux en cours en Allemagne et aux États-Unis, cette éventualité reste incertaine pour un avenir prévisible. Les transitions entre états de Rydberg de l'hydrogène ou d'autres atomes seront aussi à considérer.

Les chercheurs se sont plutôt tournés vers les ions ou les atomes piégés qui possèdent des transitions optiques de très haut facteur de qualité (rapport entre la fréquence de la transition et la largeur de la résonance). En réalité, le problème de l'oscillateur d'interrogation, ici un laser ultra-stable, se pose de la même façon que pour les fontaines micro-ondes. Aujourd'hui, le groupe du NIST Boulder a démontré une stabilité de  $3 \cdot 10^{-15}$  avec un ion unique de  $\text{Hg}^+$  par comparaison avec un ion unique de  $\text{Al}^+$  et une stabilité record de  $3 \cdot 10^{-17}$  en 10 000 s. L'exactitude publiée est de  $7 \cdot 10^{-17}$ , mais va s'améliorer.

Ces auteurs opèrent avec une largeur de résonance de l'ordre de 10 Hz et des lasers stabilisés à 0,1 Hz. Cette stabilité ne représente aujourd'hui qu'un facteur 4 au-delà des meilleures fontaines. Pour aller plus loin il faudra piéger plusieurs ions (sans qu'ils interagissent, ce qui est difficile) ou utiliser l'intrication quantique, car on montre que, idéalement, S/B peut croître comme  $N$ , le nombre de particules intriquées, au lieu de  $N^{1/2}$  pour des particules indépendantes. On peut donc prévoir que les horloges à ion unique pourront fonctionner avec une stabilité de  $10^{-15} \tau^{-1/2}$  soit  $3 \cdot 10^{-18}$  en une journée de mesures, ce qui est remarquable. L'exactitude sera plus difficile à établir car on peut imaginer une bonne liste d'effets parasites. La littérature indique que  $10^{-18}$  serait atteignable.

De nombreux groupes, dont celui de P. Lemonde au SYRTE, cherchent à combiner le piégeage ( $T$  grand) avec beaucoup d'atomes (S/B grand). Il s'agit alors d'horloges optiques à atomes neutres et non plus à ions. Les atomes "à deux électrons" comme le magnésium, le calcium, le strontium et aussi l'ytterbium et le mercure sont les plus prometteurs. Grâce à la méthode de Katori de piégeage des atomes dans un réseau (boîte à oeufs !) qui ne perturbe pas la transition optique, on peut faire  $T = 1$  s et S/B peut atteindre, comme dans les fontaines,  $10^3$  à  $10^4$ . On s'attend donc à une stabilité de  $10^{-18}$  en une seconde !

Ce qui est démontré aujourd'hui, c'est  $2 \cdot 10^{-15}$  en une seconde et une exactitude de  $9 \cdot 10^{-16}$ , soit à un facteur 2 seulement des meilleures fontaines à césium. Mais cette méthode possède un gros potentiel d'amélioration et l'on peut prédire qu'à une échéance de 5 à 10 ans, plusieurs



dispositifs seront dans la gamme des  $10^{-17}$  en stabilité et exactitude, peut-être quelques  $10^{-18}$ . On peut de plus s'attendre à des avancées considérables dans les deux prochaines décennies grâce aux projets d'horloges optiques spatiales faisant suite à PHARAO/ACES.

## **Conclusions**

À un niveau de  $10^{-17}$  -  $10^{-18}$ , toutes sortes d'applications nouvelles se dessinent: recherche de la dérive des constantes fondamentales, mesure des différences du potentiel gravitationnel terrestre par le décalage de fréquence des horloges situées en deux endroits distincts (sol-sol ou sol-espace) et reliées par un lien temps-fréquence adéquat. Dans ce dernier domaine, ce qui commence à exister ce sont les liens par l'espace comme celui qui a été développé pour ACES, ou les liaisons par fibre télécom sur des distances de la centaine de kilomètres. L'avancée des peignes de fréquence avec des lasers femtosecondes a constitué une révolution dans l'utilisation des horloges optiques, notamment pour les comparaisons entre des horloges optiques et pour les comparaisons entre des horloges optiques et des horloges micro-ondes. Les problèmes liés à la Relativité générale deviennent, à ce niveau, fondamentaux (voir l'annexe 2).

## **Annexe 2**

### **La métrologie dans le cadre de la relativité générale**

**Bernard Guinot**

La relativité générale est une théorie de la gravitation qui représente mieux le monde réel que la théorie newtonienne. Jusqu'à présent, elle ne s'est pas trouvée en contradiction avec l'expérience. Certes des doutes se sont récemment élevés à cause d'anomalies dans le mouvement des sondes spatiales Pionner, mais leur cause n'est pas élucidée. Le recours à la relativité générale est maintenant indispensable pour d'importantes applications de caractère métrologique telles l'astronomie fondamentale, la géodésie, le positionnement par satellite, avec leurs débouchés sur la connaissance de la Terre et sur l'exploration du système solaire. Il importe donc de situer les définitions des unités et de considérer leur utilisation dans ce cadre.

#### **Définition et réalisation des unités**

La physique macroscopique et la métrologie s'appuient sur le principe intuitif que les mêmes causes produisent les mêmes effets dans le même temps, où que l'on se trouve dans l'univers et à n'importe quelle date. La relativité générale conserve ce principe, mais lui apporte des restrictions. On le désigne alors par le *Principe d'équivalence d'Einstein* (PEE) que l'on peut formuler de la manière suivante : dans tout repère de Lorentz, partout dans l'univers et à toute date, toutes les lois de la physique non gravitationnelle prennent leur forme familière de la relativité restreinte.

Dans un laboratoire sur la Terre les conditions de validité du PPE ne sont pas remplies. Néanmoins, si l'on peut négliger les effets dus à la non homogénéité du champ gravitationnel extérieur et les effets gravitationnels intérieurs au laboratoire, le PEE s'applique en traitant de la manière classique la gravité. La rotation du laboratoire pose le problème théorique délicat de la référence, mais il suffit ici de la rapporter aux directions des astres les plus lointains et d'en tenir compte également de manière classique. C'est donc l'ordre de grandeur des effets de la non homogénéité du champ de gravité qui indique si l'on doit ou non sortir du cadre de la relativité restreinte. Cet ordre de grandeur est de  $10^{-16}$  sur la fréquence, en valeur relative, par mètre d'élévation. Dans un laboratoire spatial autour de la Terre, la gravité est réduite, mais l'inhomogénéité du champ terrestre subsiste.

Les conséquences sur la réalisation des unités sont les suivantes.

*La seconde.* Les meilleurs étalons atomiques de temps ont actuellement des incertitudes relatives de type B (effets systématiques) voisines de  $5.10^{-16}$  et des progrès sont attendus dans un proche avenir. La structure même d'une horloge atomique n'est plus un « laboratoire » où le PPE peut être appliqué et il convient de modéliser l'horloge en faisant appel à la relativité générale de sorte que la fréquence délivrée par un connecteur soit celle qui correspondrait à une horloge très petite située en ce point.

*Le mètre.* Par sa définition, le mètre a la même exactitude potentielle que la seconde et sa taille semble donc poser problème. Mais il n'est utilisé avec une grande exactitude que sous la forme d'une conversion commode d'un temps de lumière. Par souci de rigueur, on peut dire que sa définition est valide dans l'espace plan tangent où le PPE s'applique.

*Le kilogramme.* La masse est un invariant relativiste. Elle doit inclure l'équivalent de l'énergie de gravitation interne et de la température, mais ces effets sont totalement négligeables en métrologie.

Les autres unités n'appellent pas de remarques et sont traitées de manière classique.

L'incidence de la relativité générale sur la définition et la réalisation des unités de base est donc faible. Mais pour éviter toute ambiguïté dans l'usage de ces unités, il convient de rappeler qu'elles sont des grandeurs *propres* au dispositif qui les produit. On parle par exemple du *temps propre* d'une horloge délivrée par un connecteur. Par extension, dans la mesure où les effets relativistes peuvent être négligés, on parle souvent du temps propre d'un laboratoire. Les unités propres sont celles qui doivent être utilisées pour la physique locale.

D'autre part, pour la comparaison d'étalons par transport et juxtaposition, il suffit de faire appel au cadre de la physique classique.

## Le temps

La métrologie du temps a des aspects particuliers :

- la grande exactitude des étalons de fréquence (incertitudes relatives entre  $10^{-15}$  et  $10^{-16}$ ),
- l'usage de la grandeur « intégrée » qu'est une échelle de temps,
- la facilité de la transmission radioélectrique des fréquences (presque sans perte pour les meilleurs étalons après un temps d'échantillonnage de quelques jours) et du temps (à 1 ns près, à des distances intercontinentales),
- le besoin d'une référence temporelle commune planétaire,
- l'existence de systèmes temps/fréquence qui exploitent les étalons de fréquence à la limite de leurs possibilités.

L'entrée de la relativité générale dans la pratique est essentiellement due à ces aspects.

La relativité générale décrit le couplage matière-gravité géométriquement par un espace-temps courbé où un intervalle infinitésimal (au carré)  $ds^2$  est relié à des coordonnées d'espace et de temps  $x^\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) par une forme quadratique

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}(x^\mu) dx^\alpha dx^\beta \quad (1)$$

(avec la convention de sommation sur les indices répétés). Les  $g_{\alpha\beta}$  sont les coefficients d'un *tenseur métrique*, solution des équations de champ d'Einstein. Il n'existe pas de solution globale à ces équations, couvrant tout l'univers, et l'on utilise des solutions approximatives valables à la précision désirée dans un domaine particulier. Par exemple, pour la physique sur la Terre, la géodésie, les techniques spatiales jusqu'à l'orbite des satellites géostationnaires, on utilise une métrique géocentrique dont l'origine des coordonnées spatiales est au centre des masses de la Terre ; pour les orbites des planètes et sondes spatiales, on utilise une métrique barycentrique (au barycentre du système solaire).

Dans l'équation (1), la grandeur  $ds^2$  est supposée être mesurable. Pour tirer profit de la qualité des horloges, on ne considère que les mesures de temps et l'on écrit  $ds^2 = -c^2 d\tau^2$  où  $\tau$  est le *temps propre* que l'on admet équivalent, aux incertitudes expérimentales près, au *temps propre* des horloges atomiques.

Les équations de champ ne fixent pas les coordonnées d'une manière unique et elles laissent une grande liberté de choix. Pour des raisons de commodité, on utilise des coordonnées qui ressemblent au temps absolu newtonien et aux coordonnées cartésiennes familières. L'Union astronomique internationale a adopté en 1991, puis précisé en 2000, les métriques à utiliser pour l'astronomie fondamentale ; elles sont aussi utilisées en métrologie. Par exemple, les coordonnées du système de référence géocentrique et non tournant sont implicitement définies par la métrique, sous une forme généralement suffisante pour la métrologie du temps, donnée en 1991, par

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = -(1 - 2U/c^2)c^2 dt^2 + (1 + 2U/c^2)[(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2], \quad (2)$$

où  $U$  est la somme du potentiel newtonien de la Terre et du potentiel générateur des marées dû aux corps extérieurs,  $c$  la vitesse de la lumière et où l'on a posé  $t = x_0/c$ . La coordonnée  $t$  est ici le *temps-coordonnée géocentrique*. On a souvent besoin d'un système géocentrique tournant avec la Terre déduit de (2) par une simple rotation des coordonnées spatiales qui laisse inchangé  $t$ .

Dans le contexte métrologique, il importe de bien distinguer les *grandeurs propres* directement mesurables avec un étalon et locales et les *grandeurs coordonnées* construites à partir des coordonnées. On se heurte ici à une difficulté qui conduit encore à des controverses. Pour bien marquer cette distinction, certains auteurs disent que les coordonnées ne sont pas des grandeurs mesurables. D'autres les considèrent comme sans dimension... Pourtant (2) donne bien la dimension du temps à la coordonnée  $t$  et de la longueur aux coordonnées  $x^i$  qui, selon les règles de la métrologie, ont pour unités la seconde et le mètre. Dans la pratique on adopte le point de vue pragmatique que lorsqu'on a besoin de nommer l'intervalle unitaire des coordonnées, on le désigne par *unité d'échelle* de cette coordonnée. Par exemple, l'unité d'échelle de  $t$  a, en un point spécifié de l'espace-temps (un événement), une durée qui s'exprime en secondes propres.

La synchronisation d'horloges n'a pas de sens absolu en relativité générale. On fait appel à une convention dite de *synchronisation coordonnée*. Par définition, la différence de lecture de deux horloges distantes se calcule pour une valeur identique du temps-coordonnée à chacun de leur emplacement. Si cette différence reste nulle, les horloges sont dites synchrones. La synchronisation dépend donc du choix des coordonnées, mais en vertu de la remarque précédente, à cet égard les systèmes géocentriques tournant et non tournant sont équivalents. Deux étalons de temps fonctionnant conformément à la définition de la seconde ne peuvent pas, en général, être synchrones et le maintien du synchronisme demande un décalage intentionnel de leur fréquence.

Il est assez facile d'analyser les diverses méthodes de comparaison du temps et des fréquences dans le cadre de cette convention (voir, par exemple [1]). Ce traitement relativiste est essentiel, non seulement pour la métrologie du temps, mais pour des applications précises fondées sur les synchronisations, comme certains systèmes satellitaires de positionnement.

Par sa nature globale, l'échelle du Temps atomique international (TAI) qui sert de base à la synchronisation des activités mondiales et de base pour réaliser les temps-coordonnées des théories dynamiques doit être un temps-coordonnée. Le TAI est une forme du temps-coordonnée géocentrique défini précédemment. Mais, pour éviter un décalage de fréquence avec les étalons de temps sur la Terre, de l'ordre de  $7.10^{-10}$  en valeur relative, une correction de fréquence d'une valeur fixée par convention a été apportée pour que son unité d'échelle soit approximativement égale à la seconde de temps propre en tout point du géoïde en rotation. Si l'on se sert du TAI, largement disséminé par divers systèmes, pour obtenir la seconde (propre) dans un laboratoire fixe sur la Terre, il faut augmenter sa fréquence d'environ  $1,1.10^{-13}$  par kilomètre d'altitude, la valeur précise de cette correction dépendant du potentiel gravitationnel ambiant.

### **Référence**

[1] International Report : Application of general relativity to metrology, *Metrologia*, 1997, 34, p. 261-290.

### Annexe 3

## Avis du Groupe de travail au CCU sur la définition du kilogramme

Le groupe de travail de l'Académie des Sciences « Unités de base et constantes fondamentales » a procédé à une analyse critique du système d'unités en vigueur (le Système international d'unités, SI) à la lumière des connaissances actuelles en physique et en chimie. Son objectif était, en particulier, de contribuer à l'effort de réflexion en cours sur une redéfinition du kilogramme, sur une base plus pérenne et plus universelle que la définition actuelle.

Un consensus s'est établi autour de la nécessité de fonder cette analyse et cette redéfinition sur le cadre le plus général possible, à savoir sur les piliers de la physique d'aujourd'hui que sont la mécanique quantique et la théorie de la relativité.

Dès 1923, Louis de Broglie associe à toute masse  $M$  un phénomène oscillatoire de fréquence  $\nu_M$  telle que :

$$h\nu_M = Mc^2 \quad (1)$$

où  $h$  est la constante de Planck et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

Comme cette fréquence  $\nu_M$  est équivalente, à un facteur  $c$  près, à l'inverse de la longueur d'onde de Compton, elle sera désignée, dans la suite, par l'expression « fréquence de de Broglie – Compton ».

Cette association entre masse et fréquence trouve son expression la plus générale dans la formulation actuelle de la mécanique quantique. En effet, la phase quantique, sans dimension (après division par  $2\pi$  radians), associée à tout chemin d'espace-temps d'une particule de masse  $M$  est donnée par l'action correspondante rapportée au quantum d'action  $h$ , ce qui s'écrit, au signe près, comme le produit du temps propre  $\tau$ , le long du chemin considéré, par la fréquence  $\nu_M$ . Il faut bien noter que la masse, tout comme le temps propre, est un invariant relativiste.

La fréquence de de Broglie - Compton d'un objet microscopique, tel qu'un atome, est aujourd'hui directement mesurable par interférométrie atomique au niveau de quelques  $10^8$  (elle peut être aussi obtenue indirectement à partir de la constante de Rydberg et de la constante de structure fine). Celle d'un objet macroscopique comme le kilogramme étalon est elle aussi accessible, en principe au même niveau d'exactitude, au moyen de la balance du watt, grâce à l'utilisation de l'effet Josephson et de l'effet Hall quantique. Le rapport de ces deux fréquences de de Broglie - Compton est donné par le nombre d'Avogadro, dont la détermination, à partir des propriétés d'une sphère de silicium, fait l'objet d'une collaboration internationale. L'incertitude relative de cette détermination se situe au niveau de  $10^{-7}$ , mais elle ne permet de retrouver la fréquence de de Broglie - Compton du kilogramme étalon qu'à  $10^{-6}$  près pour une raison encore mal comprise, mais peut-être liée à la composition isotopique

du silicium. Une nouvelle détermination utilisant une sphère de silicium enrichi isotopiquement est en projet.

L'analyse critique effectuée montre que deux objectifs peuvent être poursuivis:

- Redéfinir le kilogramme à partir de la masse d'une particule élémentaire telle que l'électron. Cette redéfinition ne ferait intervenir que le nombre d'Avogadro, mais devrait cependant être cohérente avec les mesures de la balance du watt pour la fréquence de de Broglie - Compton du kilogramme étalon.
- Redéfinir l'unité de masse à partir de l'unité de temps en fixant le facteur de conversion  $h/c^2$  qui apparaît dans l'équation fondamentale (1). Ceci présente l'avantage de réduire le nombre d'unités de base indépendantes comme cela a été le cas lors de la redéfinition du mètre. Ceci implique de fixer la fréquence de de Broglie - Compton du kilogramme étalon telle qu'elle est mesurée par la balance du watt et revient à fixer la valeur de la constante de Planck  $h$ , choix prôné par le groupe. Cette fréquence de de Broglie - Compton peut aussi être obtenue à partir du produit de la fréquence de de Broglie - Compton d'un atome par le nombre d'Avogadro, les deux ne pouvant être fixés indépendamment sans toucher à l'unité de temps.

Ces deux objectifs sont donc très différents mais ils impliquent tous les deux une cohérence entre les mesures effectuées par la balance du watt et celles déduites du projet Avogadro complété par l'interférométrie atomique, cohérence qui n'existe aujourd'hui qu'au niveau de  $10^{-6}$ , compte tenu des incertitudes respectives des deux méthodes.

Il est néanmoins possible de fixer la constante de Planck dans un avenir proche, avec de nombreux avantages (en particulier pour diminuer l'incertitude sur les autres constantes fondamentales) et d'utiliser le kilogramme étalon actuel comme une réalisation effective, dans le cadre de la mise en pratique de la nouvelle définition.

Une définition simple et solidement fondée d'un point de vue théorique pourrait donc être:

**« Le kilogramme est l'unité de masse ; c'est la masse d'un corps dont la fréquence de de Broglie - Compton est égale à  $[(299\ 792\ 458)^2 / (6,626\ 069\ 3 \times 10^{-34})]$  hertz exactement. »**

**Cette définition a pour effet de fixer la valeur de la constante de Planck,  $h$ , à  $6,626\ 069\ 3 \times 10^{-34}$  J s exactement.**

Cette définition devrait être assortie d'une explication détaillée et d'une recommandation de mise en pratique permettant sa réalisation.

Cette proposition de définir l'unité de masse en fixant la valeur de la constante de Planck rend d'autant plus important et urgent de soutenir les recherches concernant la balance du watt, et toute autre technique de réalisation connexe de la nouvelle définition.

Le groupe de travail s'est aussi penché sur la possibilité de redéfinir le kelvin en fixant la valeur de la constante de Boltzmann. Plusieurs méthodes, actuellement à l'étude, permettent d'envisager de réaliser cet objectif dans l'avenir. Ce choix serait scientifiquement cohérent avec celui fixant la valeur de la constante de Planck et est donc recommandé par le groupe de travail.

Le groupe de travail s'intéresse actuellement à la possibilité de redéfinir les unités électromagnétiques en fixant la valeur absolue de la charge  $e$  de l'électron. Une telle redéfinition est elle aussi liée aux fondements de la mécanique quantique. En effet, la phase quantique associée à un potentiel électrique  $V$  est donnée par l'intégrale sur le temps de  $eV/\hbar$  et, si la valeur de  $h$  était fixée, le facteur de conversion  $e/h$  serait connu de façon exacte. Le travail du groupe se poursuit dans ce sens.

**Rapporter toutes les unités de base à l'unité de temps est un objectif séduisant sur le plan conceptuel, qui présenterait l'avantage de faire bénéficier toute la métrologie de la qualité exceptionnelle des horloges atomiques actuelles.**



## Annexe 4 La mole et le nombre d'Avogadro

Yves Jeannin

La mole, l'une des sept unités de base, se définit comme suit :

**La mole est la quantité de matière qui contient autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kg de carbone-12.**

Lorsque la première échelle des poids atomiques fut proposée par Dalton, la notion d'atome était certes bien comprise mais il était impossible de faire le lien entre ce que le chimiste mettait sur le plateau d'une balance et le nombre d'atomes que cela représentait.

Il a fallu choisir un point de départ pour cette échelle, car toute mesure de masse est relative. Au fil des années et suivant les progrès de la connaissance, ce point de départ a évolué pour être aujourd'hui l'isotope le plus abondant du carbone dont la masse atomique relative est fixée à 12 exactement. Par ailleurs, on considère aujourd'hui que les poids atomiques comme les appelait Dalton, sont des masses atomiques relatives.

Il faut cependant souligner que nombre de nos collègues anglo-saxons, par respect pour Dalton et par tradition, continuent de préférer l'appellation poids atomique (cf par exemple le traité *Chemistry of the Elements* de N.N. Greenwood et A. Earnshaw, 1984 ; cf aussi le livre *The Elements* de J. Elmsley, 1991, qui utilise les deux expressions conjointement). Conserver ce vocable est en outre compris comme un avantage largement souligné par rapport à masse atomique relative parce que plus concis. Sans parler de ceux qui persistent à penser que masse ou poids sont en la matière deux termes équivalents puisque l'on a affaire à des grandeurs relatives.

Revenons à la définition de la mole.

Elle implique sous sa forme actuelle une détermination préalable du kilogramme. Elle pousse à mesurer le nombre d'atomes qu'elle représente, qui est le nombre d'Avogadro. S'introduit alors logiquement l'idée de quantité de matière.

A l'heure actuelle, la méthode de mesure du nombre d'Avogadro qui donne la meilleure précision met en jeu une sphère de silicium monocristalline et de haute pureté.

Une tendance récente de la physique reconnaît un rôle fondamental exceptionnel pour certaines constantes, comme par exemple la vitesse de la lumière ou la constante de Planck, que l'on sait mesurer avec une précision inimaginable il y a 50 ans. De cette remarque découle l'idée de renverser la vapeur, à savoir de donner à ces constantes une valeur exacte sans unité, puis de s'en servir pour définir les unités. Cette façon de voir pourrait être étendue au nombre d'Avogadro à qui l'on donnerait la valeur exacte  $6,0221353 \cdot 10^{23}$  (pour le moment l'incertitude est  $3 \cdot 10^{-7}$ ) (Becker et al., *Metrologia*, **40**, 2003, 27). La définition de la mole s'en trouverait inversée. On pourrait par exemple écrire :

**La mole est la quantité de matière correspondant à  $6,0221353 \cdot 10^{23}$  atomes ou plus généralement entités élémentaires, molécules, ions, électrons.**

La masse atomique du silicium serait mesurée à partir du nombre d'Avogadro par la méthode de la sphère, puis ensuite on déterminerait celle du carbone-12. Tout un programme pour les chimistes. Enfin, on pourrait définir le kilogramme.

Peut-on comparer les avantages et les inconvénients de la définition actuelle de la mole et d'une nouvelle définition fondée sur un nombre d'Avogadro fixé exactement.

La définition actuelle est conservée. On choisit de mesurer le nombre d'Avogadro pour en connaître la valeur, en fixant au préalable à 12 exactement la masse atomique relative du carbone-12. L'avantage de cette méthode est de conserver la tradition. On part du kilogramme pour arriver à la mole, puis au nombre d'Avogadro. Il est certain que les chimistes, pratiquant la synthèse organique ou inorganique ou macromoléculaire, analysant tous les produits chimiques possibles et imaginables, se préoccupant de problèmes d'environnement, ou examinant les propriétés physicochimiques des produits synthétisés, ne se sentiront pas touchés dans leur travail de tous les jours par une amélioration de la précision avec laquelle le nombre d'Avogadro est connu. C'est un avantage de ce choix.

On choisit de fixer exactement le nombre d'Avogadro. De ce fait, prenant à l'envers ce qui a été dit plus haut, la définition du kilogramme peut découler de ce choix. Dans une étape suivante, on peut en déduire la valeur de la constante de Planck.

La nouvelle définition esquissée plus haut pour la mole montre que la mole est déconnectée du kilogramme. Cependant, il faut renoncer à la valeur exacte 12 pour le carbone-12. En effet, du nombre d'Avogadro on déduit la masse molaire du silicium à partir de la méthode de la sphère de silicium avec l'incertitude de cette méthode. Par la suite, la masse molaire du carbone-12 résultera de cette valeur ; elle aura perdu son caractère exact. Toute la table des masses atomiques relatives (poids atomiques) découlera d'une valeur fixée pour le nombre d'Avogadro. Cependant la modification des masses atomiques relatives (éventuellement quelques unités sur le 6ème chiffre après la virgule) seraient si faibles que les chimistes, mis à part quelques spécialistes, ne devraient pas en sentir l'effet. Toutefois, la perte de ce caractère d'exactitude de la masse du carbone-12 sera pour eux un choc véritable, plus philosophique qu'autre chose, mais bien réel. C'est le prix à payer quand on change la tradition.

Il faut aussi prendre conscience que l'on pourrait être tenté d'en déduire une nouvelle définition du kilogramme, par exemple :

**Le kilogramme est l'unité de masse égale au 1/12 de la masse molaire du carbone-12** (produit de la masse atomique relative par la constante de masse molaire).

En poursuivant le raisonnement jusqu'au bout, connaissant le kilogramme, on arriverait à une détermination de la constante de Planck par l'intermédiaire de la balance du watt.

Le nombre d'Avogadro n'est rien d'autre qu'une constante de proportionnalité entre la masse atomique du carbone-12 et la masse d'un atome de carbone. Tout autre choix que le carbone-12 comme point de départ, comme par exemple 100 pour l'oxygène comme l'avait proposé Berzelius, aurait entraîné une valeur différente du nombre d'Avogadro. La constante de Planck est par contre une constante fondamentale de la physique quantique. Faut-il faire dépendre une constante fondamentale d'une constante de proportionnalité ? Ce n'est pas satisfaisant pour l'esprit.

On pourrait décider de fixer exactement ces deux constantes, Avogadro et Planck, et arriver alors à deux valeurs du kilogramme référence. On s'expose à un hiatus entre ces deux valeurs. C'est d'ailleurs le cas actuellement puisque l'on arrive à deux valeurs de la constante de Planck, à partir de la sphère de silicium et à partir de mesures électriques, qui ne sont pas concordantes. Est-ce souhaitable ?

En résumé :

- 1- Constante de Planck  $\Rightarrow$  kilogramme puis carbone-12  $\Rightarrow$  mole  $\Rightarrow$  nombre d'Avogadro ; on se donne deux valeurs ;
- 2- Nombre d'Avogadro  $\Rightarrow$  mole et masses atomiques relatives  $\Rightarrow$  kilogramme  $\Rightarrow$  constante de Planck ; on se donne une seule valeur.

C'est pourquoi ma préférence va au maintien de la définition actuelle. Rappelons que le commun des chimistes est peu ou pas préoccupé de métrologie, même s'ils sont dans la position de Mr Jourdain vis-à-vis de la prose. Il est sans doute préférable de ne pas susciter des réactions d'incompréhension de la part des chimistes peu ou pas concernés par la métrologie. Faut-il rappeler ces quelques mots de Poincaré écrits alors que, à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, le Bureau des Longitudes dont il était Président, discutait d'une nouvelle division du cercle en 100, ou 200, ou 400 parties au lieu de 360. Il écrivait : « ... *Mais nous ne pouvons pas rompre complètement avec le passé parce que nous devons prendre en compte la répugnance du public et aussi parce que les scientifiques ont une tradition à laquelle ils sont profondément attachés* ». Et encore « *Commodité, accord, continuité avec le passé* ».

## Annexe 5

# Rapport au CIPM du Groupe de travail de l'Académie des sciences sur les unités de base et les constantes fondamentales

Un Groupe de travail sur les unités de base et les constantes fondamentales a été créé par l'Académie des sciences en 2002. Il avait déjà présenté au CCU, en 2005, un premier rapport sur le choix de l'unité de masse. Il y recommandait d'adopter comme référence la fréquence de Compton-de Broglie pour le kilogramme, ce qui revient en fait à fixer la constante de Planck. Depuis deux ans, le Groupe a étudié ce que pourraient être de nouvelles définitions des unités électriques dont la mise en pratique permettrait une exactitude meilleure que celle qui résulte de la définition actuelle.

### I- Considérations théoriques

En premier lieu, il a été, bien entendu, que cette discussion se place dans le cadre d'une Physique locale avec le principe d'équivalence d'Einstein, ce qui suffit pour les métrologues, le vide étant celui qui entre dans l'interprétation des mesures en laboratoire et non le vide cosmique.

Le Groupe de travail a examiné l'opportunité du choix de telle ou telle référence afin de l'utiliser pour définir ces unités. Deux possibilités ont été examinées par le Groupe de travail.

- Définir les unités électriques à partir de la charge du positron  $e$ . L'ampère serait défini par un certain nombre de charges  $-e$  par seconde.
- Prendre pour base la charge de Planck  $q_P = (2\varepsilon_0 hc)^{1/2}$ . Dans cette dernière expression,  $c$  et  $h$  sont fixés dans les définitions du mètre et du kilogramme tandis que  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide qui serait ainsi fixée.

La seconde option peut aussi être exprimée en fonction de l'impédance du vide

$$Z_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} = 1/c\varepsilon_0 ; \quad (1)$$

d'où l'on déduit

$$q_P = (2h/Z_0)^{1/2} . \quad (2)$$

D'un point de vue théorique, on notera que l'expression de la constante de structure fine  $\alpha$  étant

$$\alpha = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2} e^2/2h , \quad (3)$$

on a la relation suivante entre  $e$  et  $q_P$ :

$$q_P = e\alpha^{-1/2} \quad (4)$$

Pour résumer la discussion, il s'agit fondamentalement de choisir entre deux visions de la Physique.

1.  $\alpha$  est une propriété du vide et, en ce cas, on choisit  $e$  comme base des unités, Un tel choix serait conforme à ce que prévoit, à long terme, la théorie des cordes la plus avancée. Il faut noter aussi que dans ce cas, la force agissant entre deux charges ou deux courants ne serait plus fixe, ce qui représenterait une divergence importante par rapport au système actuel. Enfin, cela permettrait ultérieurement de fixer les constantes  $R_K$  et  $K_J$  à condition toutefois que les formules les liant à  $e$  soient confirmées ou complétées, ce qui n'est pas le cas actuellement
2.  $\alpha$  représente une propriété de l'électron, ce qui justifierait le choix de  $q_P$ . Dans ce cas,  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  et  $Z_0$  sont fixés. La constante  $R_K$  étant liée de manière simple à  $Z_0$  ( $Z_0 = 2\alpha R_K$ ), on aurait directement sa valeur et la balance du watt donnerait accès à  $K_J$ . On notera par ailleurs que les valeurs de  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont déjà liées dans le SI par la relation  $c^2 = \mu_0 \epsilon_0$ . Choisir  $q_P$  fixerait aussi le rapport  $\mu_0/\epsilon_0$ , ce qui rendrait cohérentes les définitions du mètre et des unités électriques.

Il n'y a pas, semble-t-il, d'expérience cruciale permettant de choisir entre ces deux visions qui ont chacune ses partisans dans le Groupe de travail.

Le Groupe de travail a aussi considéré les conséquences d'une éventuelle variation de  $\alpha$  avec le temps. Le choix de  $e$  pourrait permettre une formulation plus facile de l'invariance de jauge et de la renormalisation, surtout quand on considère l'électromagnétisme comme faisant partie de la théorie électrofaible. Cependant, les expériences de laboratoire (fontaine atomique) donnent une limite supérieure de la variation annuelle de  $\alpha$  inférieure à  $10^{-15}$ . Le Groupe de travail a donc estimé que, dans ces conditions, un tel choix entre les visions n'a pas à être fait à l'occasion d'une discussion sur les unités du SI. En effet, nous ne cherchons pas à donner des définitions qui devraient rester invariables pendant des siècles. D'ici là, la Physique aura fait des progrès permettant de choisir en connaissance de cause, peut-être dans une voie inattendue.

C'est pourquoi, le Groupe de travail a décidé d'ignorer dans l'établissement des conclusions du rapport toute argumentation fondée sur la variabilité de  $\alpha$  et qu'il considèrera que c'est une constante.

## 2- Critères pratiques de choix

Pour donner des critères de choix, le Groupe de travail a considéré les conséquences pratiques de chacun des termes de l'alternative qui se présente ainsi. Notons cependant que  $q_P = e\alpha^{-1/2}$ , les deux propositions ont, pour des métrologues, certaines conséquences semblables.

Ainsi, les problèmes concernant  $R_K$  et  $K_J$  sont les mêmes dans les deux cas de figure (on peut indifféremment utiliser le triangle métrologique, la balance du watt et le condensateur calculable, sans oublier la mesure de  $\alpha$ ). Chacune de ces deux quantités serait déterminée indépendamment, sans faire l'hypothèse que l'on connaît exactement les relations liant ces quantités à  $e$ .

Mais il y a aussi des conséquences pratiques différentes qu'on peut résumer comme suit.

1. La simplicité de la définition milite en faveur de  $e$ , car la charge de Planck ou même l'impédance du vide paraissent plus difficiles à expliquer au commun des mortels et à

mettre dans une loi que la charge de l'électron.

2. Le choix de  $q_P$  a l'avantage de ne pas modifier les hypothèses de base de la définition actuelle des unités électriques en maintenant fixes les valeurs de  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  et  $Z_0$ . Mais, bien évidemment, les définitions seront modifiées.
3. Le danger du choix de  $e$  est d'être tenté de lier en pratique la définition par la charge du positron une valeur de  $R_K$  ou de  $K_J$ , alors qu'il n'est pas démontré qu'il n'y a pas de termes correctifs aux formules simples ( $J_K = h/2e$  et  $R_K = e^2/h$ ). Bien que la définition à l'aide de  $e$  n'implique pas ces formules, la tentation sera grande de les appliquer.
4. Compte tenu du caractère plutôt ésotérique de  $q_P$ , il serait préférable de donner la définition à partir de l'impédance du vide  $Z_0$ .
5. Le danger du choix de  $q_P$  provient du fait que la charge de l'électron est une quantité qu'il faut déterminer. Son incertitude serait égale à la moitié de celle de  $\alpha$ , c'est-à-dire de l'ordre  $10^{-9}$ . Or, les mesures de potentiel électrique se font avec une reproductibilité de  $10^{-10}$  à  $10^{-11}$  et l'on peut craindre que la communauté des électriciens n'adopte une valeur conventionnelle de  $e$  à partir de  $K_J$  pourtant connu qu'à quelque  $10^{-7}$  près.

On doit ainsi constater que les deux définitions présentent des avantages, des inconvénients ainsi que des dangers d'interprétation. Le Groupe de travail de l'Académie s'est trouvé divisé, mais a majoritairement préféré proposer la valeur de la charge de Planck  $q_P$  ou, mieux, celle de l'impédance du vide  $Z_0$  pour la nouvelle définition des unités électriques. Dans ce cas, pour définir l'unité électrique de base on pourrait:

- Soit définir le coulomb en fixant la valeur numérique de la charge de Planck  $q_P$  en prenant  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$ . L'ampère serait le courant correspondant au flux de un coulomb par seconde ;
- Soit prendre l'ohm comme unité de base du SI que l'on définirait en fixant la valeur numérique de l'impédance du vide,  $Z_0 = \mu_0 c$ . En ce cas, la réalisation primaire de la définition se ferait à l'aide de la capacité calculable de Lampard qui matérialise au mieux l'impédance du vide.  $R_K$  serait alors déterminé par comparaison directe avec  $Z_0$ , puis  $K_J$  avec la balance du watt réduite en prenant  $Z_0$  au lieu de  $R_K$  sans faire d'hypothèse sur les formules qui les lient aux constantes  $e$ ,  $h$  et  $\alpha$ .

Toutefois, quelle que soit la solution retenue ( $e$  ou  $q_P$  même en dehors d'une éventuelle variabilité de  $\alpha$ , le problème sous-jacent d'une ou l'autre des approches fondamentales de la Physique restera posé.

### 3- Autres recommandations sur les nouvelles unités du SI

Le Groupe de travail a émis par ailleurs les recommandations suivantes.

1. Si  $e$  devait être retenu comme base de la définition des nouvelles unités électriques, il est recommandé de ne pas accepter les relations qui lient actuellement de  $R_K$  et à  $e$  comme exactes.

2. De même, il est souhaitable de ne procéder au changement de la définition actuelle du kilogramme qu'après avoir résolu l'incompatibilité entre les déterminations de la constante de Planck  $h$  et du nombre d'Avogadro  $N_A$ .
3. Le Groupe de travail recommande de fixer la constante de Boltzmann  $k_B$  pour la nouvelle définition du kelvin. Toutefois, quelle que soit la forme de cette définition, il faudra s'assurer que celle-ci est cohérente avec la valeur de 273,16 K pour la température thermodynamique du point triple de l'eau avec une incertitude de 0,46 mK.
4. À l'exception d'un de ses membres, partisan du statu quo, le Groupe de travail recommande une nouvelle définition de la mole fondée sur le nombre d'Avogadro  $N_A$  et indépendante de la nouvelle unité de masse.
5. Compte tenu de l'usage courant du système CGS Gaussien parmi les physiciens théoriciens, notamment parce qu'il incorpore explicitement les symétries de la Physique moderne et donne ainsi accès à une meilleure compréhension physique de l'électromagnétisme, il est souhaitable qu'il soit aussi décrit en détail dans la Brochure du BIPM et soit enseigné dans les cours universitaires de physique concurremment avec le SI.

## Annexe 6

### À propos des unités fondamentales, notamment des unités électriques

Pierre Fayet

#### *La charge électrique comme unité dérivée, sans dimension*

La constante de structure fine est un nombre pur, sans dimension, caractéristique de l'intensité de l'interaction électromagnétique au niveau quantique. Elle est représentative de l'intensité avec laquelle les quanta du champ électromagnétique, les photons, se couplent aux particules chargées et notamment à l'électron. Elle s'exprime comme  $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ , ou  $e^2\mu_0 c/4\pi\hbar$ , et a une valeur numérique très voisine de 1/137,036 directement déduite d'un ensemble de mesures expérimentales.

Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un système d'unités où la vitesse de la lumière  $c$  est fixée, comme tel est déjà le cas, et où la constante  $\hbar$  de la physique quantique est aussi fixée, comme ce devrait être le cas dès qu'une définition appropriée du kilogramme aura pu être adoptée, l'unité de masse devenant alors aussi, comme l'unité de longueur, une unité dérivée définie à partir de l'unité de temps. L'expression de  $\alpha$ , qui se réduit à  $e^2/4\pi\epsilon_0 = \mu_0 e^2/4\pi$  dans un système "de théoriciens" où  $c$  et  $\hbar$  seraient pris égaux à 1, n'en diffère en fait que par un coefficient numérique connu résultant des choix numériques faits pour  $c$  et  $\hbar$ .

Se pose maintenant la question des "unités électriques". D'ordinaire, comme dans le Système International SI, on fixe aussi la valeur de  $\mu_0$ , par exemple  $4\pi \cdot 10^{-7}$  (ou fixé à ...), avec  $c = 299\,792\,458$  m/s.  $\mu_0$  et  $\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$  étant ainsi fixés, ceci n'est pas fondamentalement différent, à des coefficients numériques triviaux près, d'un système où  $c = \hbar = \mu_0 = \epsilon_0 = 1$ . On a alors  $\alpha = e^2/4\pi$ , à un coefficient connu près.

La charge du positron s'exprime alors comme un nombre sans dimension  $e = (4\pi\alpha)^{1/2} \simeq 0,3028\dots$ , à un coefficient connu près dépendant des choix faits pour  $c$ ,  $\hbar$  et  $\mu_0$ . Il est important de noter, de manière générale, qu'il *n'y a pas d'unité pour la charge électrique*, celle-ci étant structurellement *une grandeur sans dimension*, comme un angle, ainsi que le montre l'action d'une transformation de jauge sur un champ chargé, multiplié par un facteur de phase. Cette charge du positron, sans dimension, coïncide bien sûr avec la valeur mesurée habituelle  $1,602 \dots \cdot 10^{-19}$  coulomb du système SI.

La force électrostatique  $F = qq'/4\pi\epsilon_0 r^2$  a pour dimension  $MLT^{-2}$  soit  $T^{-2}$  une fois  $c$  et  $\hbar$  fixés, tout comme  $1/r^2$ , ce qui montre bien que  $q^2/\epsilon_0$  est alors sans dimension. C'est aussi le cas de la charge électrique  $q$ , puisque la constante  $\epsilon_0$ , *que celle-ci soit numériquement fixée ou non*, est elle-même considérée comme sans dimension. Il s'ensuit que  **$q$  est sans dimension**.



De plus, à partir du moment où  $\varepsilon_0$  est fixé, par exemple par choix de  $\mu_0$ , **fixer l'unité de charge devient sans objet**, comme pour une quantité angulaire, ou une vitesse.

Pour faire le lien avec un langage utilisé ailleurs, ceci revient à utiliser comme "unité de charge", en tant simplement qu'*unité dérivée*, une charge reliée à la charge dite de Planck,  $q_P = (4\pi\varepsilon_0\hbar c)^{1/2}$ , simplement égale à  $(4\pi)^{1/2}$  lorsque  $c$ ,  $\hbar$  et  $\varepsilon_0$  sont choisis égaux à 1. Précisons qu' *il n'est dans un tel cas aucunement besoin de "fixer la valeur de la charge de Planck"*, ceci découlant automatiquement des choix préalables faits pour  $c$ ,  $\hbar$  et  $\varepsilon_0$  ou  $\mu_0$ . Il apparaît plus simple, pédagogiquement parlant, de prendre acte du fait que *l'unité de charge électrique est par nature une unité dérivée et qui plus est sans dimension*, comme l'unité d'angle ou l'unité de vitesse. (Notons que la charge de l'électron, quantité mesurée, s'exprime en valeur absolue comme  $e = q_P \alpha^{1/2}$ , précédemment identifié à 0,302 8... lorsque  $c$ ,  $\hbar$ ,  $\mu_0$  et  $\varepsilon_0$  sont choisis égaux à 1.)

Ceci n'empêche pas qu'il puisse exister des charges particulières, comme des angles particuliers, qu'il peut être commode de "prendre comme unité" (comme il est parfois commode de prendre  $\sqrt{2}$ , ou  $\pi$ , ... comme "unité", s'agissant de nombres réels). Ceci signifie que l'on mesure alors les charges électriques *relativement à une charge particulière*, qui peut être celle du positron. On dira alors par exemple, dans ce langage, que la charge de l'électron est -1, et celles des quarks  $u$  et  $d$ ,  $2/3$  et  $-1/3$ . Ceci conduit à se demander si l'on ne pourrait pas fixer ainsi la valeur de la charge de l'électron, question que nous aborderons par la suite.

Dès lors, une fois  $\varepsilon_0$  fixé (comme dans le SI, ou égal à 1, ou à ... ), la charge de l'électron  $e$  est telle que  $e^2/4\pi$  est la mesure en newton (à un coefficient numérique connu près) de la force entre deux électrons distants de 1 mètre ... (ou  $c$  seconde ... ). Ainsi, la charge de l'électron  $e$  est une quantité à la fois *mesurée* et *sans dimension*.

Au contraire, le coulomb, unité de charge électrique, est une *unité dérivée* des unités mécaniques et même géométriques (une fois  $c$ ,  $\hbar$  et  $\mu_0$  ou  $\varepsilon_0$  fixés), tout en étant bien sûr lui aussi *sans dimension*: le coulomb est tel que la force électrostatique entre deux charges de 1 C distantes de 1 mètre est de  $1/4\pi$  newton (à un coefficient connu près), une telle définition, proche de la définition actuelle au travers de l'ampère, étant dans son principe aisément compréhensible.

*Y a-t-il une alternative? Peut-on fixer la valeur de la charge de l'électron ?*

Certains physiciens se demandent si l'on ne pourrait pas tirer parti de la définition d'un système d'unités pour fixer aussi la valeur de la charge de l'électron en y arrimant la valeur de l'unité de charge, c'est-à-dire "fixer  $e$ ". On peut ainsi imaginer fixer  $e = 1$ , ou bien  $e$  égal à tant de Coulomb, déterminant ainsi cette unité de charge. Mais ceci implique de renoncer à fixer  $\varepsilon_0$ . On remplacerait l'information correspondante, précédemment contenue dans la mesure de cette charge élémentaire  $e$ , par le fait que  $\varepsilon_0$  deviendrait une quantité à déterminer expérimentalement à partir de la valeur de  $\alpha$ , comme  $e$  l'était précédemment. On remplacerait alors, en quelque sorte,  $\alpha = e^2/4\pi$  par  $\alpha = 1/4\pi\varepsilon_0$ , ou encore  $e^2$  par  $1/\varepsilon_0$  et donc  $\varepsilon_0$  par  $1/4\pi\alpha$ . Dans cette optique, la définition du Coulomb se ferait comme étant égal à tant de fois la charge du positron, ou inversement, c'est-à-dire avec un rapport fixé entre les deux quantités.

**Inconvénient:** *les unités dites électriques cesseraient d'être des unités purement mécaniques et même géométriques* (une fois  $c$  et  $\hbar$  fixés). Ce serait un peu comme si l'on décidait de mesurer certaines quantités d'énergie, disons caloriques, en fixant la valeur d'une nouvelle unité appelée calorie, plutôt qu'en joules, pour éviter d'avoir à mesurer la valeur d'une constante telle que  $J \sim 4,18 \dots J/\text{cal}$ . Une telle démarche apparaîtrait comme une régression, tout en pouvant se révéler pratique en physique des calorimètres.

- Dans l'expression  $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0$  (à un coefficient près), on écrira alors, si l'on souhaite choisir  $e = 1$  (ou égal à tant de coulomb, de manière à définir ainsi cette unité) :  $\alpha = 1/4\pi\epsilon_0$  (à un coefficient connu près), ce qui revient à utiliser un  $\epsilon_0$  mesuré égal à  $1/4\pi\alpha \sim 10,90\dots$  (soit au  $1/e^2$  précédent).

- La force entre deux électrons ne s'écrirait plus  $e^2/4\pi r^2$  à un coefficient près comme dans le SI, mais, de manière équivalente,  $1/4\pi\epsilon_0 r^2$ , toujours à un coefficient près. C'est bien sûr la même force de  $\alpha$  newton à un coefficient près entre deux électrons à 1 mètre,  $\alpha$  étant, quoi qu'il arrive, à mesurer, faute de pouvoir le calculer.

- La densité d'énergie électrostatique  $\epsilon_0 E^2/2$  au lieu d'être  $E^2/2$  comme dans le SI, à un coefficient près, s'écrit alors  $E^2/2e^2$  ou  $E^2/8\pi\alpha$ , à un coefficient connu près. La capacité d'un condensateur plan, au lieu d'être  $C = \epsilon_0 S/l \leftrightarrow S/l$ , soit une *quantité purement géométrique*, qui se mesure en mètres ou en secondes à des coefficients près, va dépendre de la valeur de la constante de structure fine, ce qui n'est pas désirable. (Notons que la densité d'énergie électromagnétique a une signification physique intrinsèque et est mesurable, comme dans l'effet Casimir, *indépendamment de la valeur de la charge de l'électron*; ceci donne une signification intrinsèque au volt/m et donc au volt, indépendamment de cette charge.)

- Le volt, au lieu d'être défini de manière à ce qu'un champ électrique de 1 volt/mètre corresponde à une densité d'énergie déterminée de  $1/2$  joule/m<sup>3</sup>, à un coefficient connu près, ne sera plus maintenant une unité purement mécanique - c'est-à-dire en fait géométrique une fois  $c$  et  $\hbar$  fixés. Sa définition dépendra ici de la valeur, imparfaitement connue, de la constante de structure fine  $\alpha$ , ce qui n'est pas désirable.

- Ceci revient encore à écrire  $F = q E = (q/e) eE$ , toujours sous la même forme  $F = q E$ , mais en redéfinissant la charge électrique en prenant comme unité la charge du positron, soit  $q/e$ , et en définissant un nouveau champ électrique  $E_{\text{nouv}} = e E_{\text{anc}}$ , la densité d'énergie électrostatique, actuellement  $E^2/2$  à un coefficient près, devenant alors  $E_{\text{anc}}^2/2 = E_{\text{nouv}}^2/2e^2 = \epsilon_0 E_{\text{nouv}}^2/2 = E_{\text{nouv}}^2/8\pi\alpha$ .

- De même pour l'énergie électrostatique,  $E_{\text{én.élec}} = qV = (q/e) (eV)$ , où  $q/e$  est la charge mesurée en unités de  $e$ . Cette nouvelle définition des potentiels électrostatiques  $V$  revient à les redéfinir en les multipliant par la valeur de la charge "élémentaire"  $e$ . Un positron de charge  $+1$  placé dans un potentiel électrostatique (nouveau) de 1 unité y possède alors une énergie électrostatique unité, c'est-à-dire de 1 joule, toujours à un coefficient connu près. Ceci revient en fait à fixer la valeur du volt (nouveau) en décidant que 1 eV ("nouveau") = 1 joule, toujours à un coefficient connu près. Il peut être tentant de définir le volt de la sorte, et il serait commode que l'électron-volt soit ainsi numériquement fixé à partir du joule, donc de la seconde<sup>-1</sup>, en particulier si l'on est habitué à exprimer les valeurs des énergies de masse ( $mc^2$ ) en électron-volts. Ceci ne semble pas souhaitable pour autant, comme indiqué précédemment,

l'unité de champ électrique pouvant et devant logiquement à notre sens, même s'il est légitime d'en discuter, être définie préalablement à la considération de l'interaction électromagnétique.

Quoi qu'il en soit, et pour tendre à concilier les deux points de vue, notons que le fait de "garder  $\mu_0$  et  $\varepsilon_0$ " dans l'écriture des formules du SI, même si ceux-ci sont fixés, permet à tout moment le passage de l'une des options (fixer  $\mu_0$  et donc  $\varepsilon_0$ , comme dans le SI actuel) à l'autre (fixer la charge de l'électron comme dans les formules précédentes, le coulomb cessant alors d'être une unité dérivée).

## Annexe 7

# Temperature scales and units and implications for practical thermometry of a possible redefinition of the kelvin in terms of the Boltzmann constant

Terry Quinn

### 1. Introduction

This is a short note for information on the history and development of temperature scales with particular emphasis on the evolving definitions of the unit of temperature. It considers the possible redefinition of the kelvin in terms of a fixed value for the Boltzmann constant,  $k$ , and the implications such a change would have for practical thermometry and mentions current experiments aimed at obtaining a more accurate value for  $k$ .

### 2. The first internationally agreed temperature scale: the normal hydrogen scale of 1887.

The first task of the BIPM, created by the Metre Convention in 1875, was to acquire new international prototypes of the metre and the kilogram and a set of national prototypes of the same for distribution to Member States of the Convention. It had already been decided by the International Commission on the Metre in 1872 (the body that recommended the establishment of the BIPM) that each national prototype of the metre should be accompanied by a calibrated thermometer so that the length and temperature coefficient of the prototype metre bars could be specified and that this thermometer should be calibrated against a gas thermometer using air as the thermometric fluid. In the years following the opening of the laboratories of the BIPM in 1884, Pierre Chappuis constructed a constant volume gas thermometer using a bulb made of Pt-Ir and studied its behaviour with nitrogen, carbon dioxide and hydrogen (but not air). He also acquired a number of high-precision mercury-in-glass thermometers. The best of these were made by Tonnelot in Paris and could be read to a few thousandths of a degree. The hydrogen gas thermometer scale that resulted from Chappuis' work was adopted by the CIPM on 15 October 1887. It was intended not only for calibrating the thermometers accompanying prototype metres but was proclaimed as the thermometric scale for general use by the "International Service of Weights and Measures". The formal definition of the scale was:

*"The CIPM adopts as the standard thermometric scale for the International Service of Weights and Measures the centigrade hydrogen scale having as fixed points the temperature of pure melting ice (0 °C) and that of the vapour of distilled water (100 °C) under a standard atmospheric pressure the hydrogen being taken at an initial pressure of 1 metre, i.e., at  $1000/760 = 1.3156$  of the standard atmospheric pressure.*

The standard atmospheric pressure was then defined as *that represented by the weight of a column of mercury of height 760 mm having a density of 13.59593 and under a standard acceleration due to gravity* itself defined as *the acceleration due to gravity at the Pavillon de*

***Breuil divided by 1.0003322 such as to make it equivalent to the acceleration due to gravity at a latitude of 45° at sea level.***

In this way, the CIPM defined all the essential parameters necessary to realize the normal hydrogen scale to a few thousandths of a degree. It is interesting to note that the corrections to be made to the readings of the best Tonnelot thermometers amounted to about 0.11 degrees at 50 °C. The scale was valid between -25 °C and 100°C.

No particular statement was made about the unit of the normal hydrogen scale, it was simply assumed that the unit, the degree centigrade symbol °C, was a fraction of the fundamental interval between the ice point at 0 °C and the boiling point of water at 100 °C. Both of these temperature were taken as exact, although it was recognized that each had uncertainties of realization.

### **3. The development of international Practical temperature Scales, ITS-27 to ITS-90**

After the adoption by the CIPM in 1887 of the normal hydrogen scale, there followed a period of forty years (interrupted by the First World War for nearly ten years) during which various proposals were discussed for an internationally agreed scale for general scientific and industrial use covering a much wider range. It was well understood by the CIPM in 1887 that the normal hydrogen scale was not the thermodynamic scale but it was considered to be the closest practical approach. It was always intended that ultimately what was required would be the thermodynamic scale.

Only twelve years later, Callendar made a proposal to the British Association for the Advancement of Science at its meeting in Liverpool in 1889 for an international temperature scale extending up to the freezing point of aluminium, which he gave as 645.5 °C (cf the modern value of 660.32 °C). Callendar's scale was based on the use of a platinum resistance thermometer calibrated at the freezing point of water and the boiling points of water, 100 °C, and sulphur, which he gave as 444.5 °C (cf 444.64 °C today). He also proposed that a particular batch of platinum wire be selected from which the thermometers maintaining the scale should be made. His proposal was that this scale should be called the British Association Scale. It was based on the quadratic difference formula between so-called platinum temperatures and gas thermometer temperature previously obtained at the BIPM by Chappuis and Harker (the latter from the Kew Observatory). Callendar also presented a list of secondary fixed points, the values of which mostly differed by only a few tenths of a degree from the present day values on ITS-90. It is not clear why his proposal was not taken up. Maybe because at the time the NPL had not yet been founded and the Kew observatory was busy with other things. In any event, it was not until 1911 that the next move was made.

In 1911 the Presidents of the Physikalisch Technische Reichsanstalt, PTR, (founded in 1887) addressed a circular letter to the Directors of the BIPM, the National Bureau of Standards, NBS, (founded in 1900) and the NPL (founded in 1901), suggesting that the thermodynamic scale be adopted as the international temperature scale and that its practical realization be the 1899 proposal of Callendar. Both the NPL and the NBS agreed with this proposal and went further, specifying the constants of the platinum to be used and further proposing that above the upper limit of the platinum resistance thermometer a scale be set using the optical pyrometer. At the 5<sup>th</sup> CGPM held in Paris in 1913, this initiative was strongly encouraged. During the next discussions, which were not held until 1923, the form of the future scale was agreed. It would comprise the platinum resistance thermometer from -38.81 °C up to the

freezing point of aluminium at 650 °C and from this temperature up to 1100 °C a Pt-Rh thermocouple would be used and above 1063 °C, the freezing point of gold, an optical pyrometer using the Wien equation for extrapolation. The introduction of the thermocouple was at the request of the NBS where it was felt that the upper limit of the platinum resistance thermometer should not exceed 650 °C. This was resisted at first by the NPL which preferred the original proposal of Callendar. The decision to use the thermocouple was finally overturned only some seventy years later!

The informal agreement between the three major laboratories was followed by wider discussions bringing in the BIPM and the University of Leiden, at that time the leading laboratory in low-temperature thermometry. A new draft was put to the CIPM in 1927. This draft extended the range down to -193 °C.

The proposal put to the 7<sup>th</sup> CGPM in 1927 was essentially that agreed by the CIPM just before but it was accompanied by a clear statement that the new scale was considered to be provisional and that a Conference on thermometry should be held without delay. In fact it was planned to hold the Conference in 1928 but it did not in fact take place. Instead the CCT was created in 1937, included in its task at the beginning was calorimetry but this was dropped a few years later.

The ITS-27 was slightly modified at the 8<sup>th</sup> CGPM in 1933, but since the modifications were considered editorial it remained the ITS-27. The next significant change did not take place until 1948. It was also decided to drop the name “degree centigrade” and replace it by “degree Celsius” so that all common temperature scales would have their units named after someone closely associated with them, namely, Kelvin, Celsius, Fahrenheit, Réaumur and Rankine. The IPTS-68 was originally conceived as a modification to IPTS-48 that would deal with the problem of the units (see below) and extend the range of the scale down to the boiling point of hydrogen, near 20 K. In fact, the CCT was led to change practically the whole scale. It was not long before proposals were made to change the scale yet again as defects in IPTS-68 began to become apparent almost from the day of its adoption. There followed some twenty years of intense activity in thermometry that culminated in the adoption of ITS-90 and, more recently, PLTS-2000. But in none of these recent changes to the Scale were there changes to the definition of the unit.

#### **4. The definition of the unit of thermodynamic temperature: the kelvin**

The symbol for the unit of ITS-27 was the degree centigrade °C. It was stated in the text of the scale that if it was necessary to specify particularly that the ITS-27 was being used then the symbol °C(Int) could be used. It was evident that at the time the °C and the °C(Int) were considered identical and that the °C(Int) served only to specify the scale and not the unit. The degree centigrade, °C, was the unit of thermodynamic temperature based on a fundamental interval of 100 °C exactly between the ice and steam points. It was stated that ITS-27 was the closest representation then possible of the thermodynamic scale. This remained the case for IPTS-48 apart from the change in name of the unit.

In the twenty years following the adoption of IPTS-48, a great deal of new work in thermometry was carried out, reflecting the growth of science in general in this period. Much of it was concentrated in the low-temperature range, stimulated by the flourishing of low-temperature physics. In the high-temperature range, up to the gold point, new gas

thermometry was carried out and all of this led to the need to change IPTS-48. Before this happened, however, an important change was made to the definition of the unit of thermodynamic temperature. In Resolution 3 of the 10<sup>th</sup> CGPM in 1954, the 1854 proposal of Kelvin, following upon that of Amontons, was finally adopted, namely, that the unit of thermodynamic temperature should be defined in terms of the interval between the absolute zero and one fixed point. The single point chosen was the triple point of water which was assigned the temperature of exactly 273.16 K, i.e., 0.01 degrees Kelvin above the freezing point of water. This proposal had already been made in 1948 but at that time there were differences of opinion as to the temperature to be assigned to the absolute zero, whether it should be -273.15 °C or -273.16 °C. Remember that the temperature of the absolute zero had been deduced from gas thermometry mostly carried out in the 1930s based upon an interval of exactly 100 °C between the freezing and boiling points of water. Thus from 1954 until 1968 there were two units of temperature with the name Kelvin.

This led to the interesting situation that the degree Kelvin, unit of thermodynamic temperature, would only be identical to the International Practical Kelvin, unit of International Practical Kelvin Temperature defined by IPTS-48, if the gas thermometry had been exactly right in assigning a temperature of -273.15 °C to the absolute zero. Since, formally, this could not be the case it was recognised that the definition of the unit of International Practical Temperature needed also to be changed. This took place in 1968 with the IPTS-68 in which the units of practical and thermodynamic temperatures were defined to be identical and equal to 1/273.16 of the thermodynamic temperature of the triple point of water.. The unit itself was re-named “the kelvin” (with a lower case k) in place of degree Kelvin and the symbol was given as K rather than °K.

There is sometimes confusion as to how thermodynamic temperatures can have the same unit as International Practical Temperatures when we know that the two temperatures cannot be identical. This is, however, perfectly consistent with quantity calculus in which we define a quantity as a number multiplied by a unit. In the case of thermodynamic temperature the quantity is thermodynamic temperature, symbol  $T$ , which is different from International Practical Temperature, symbol  $T_{90}$  but both have the same unit. In this way we can write, for example:  $T - T_{90} = 5 \text{ mK}$ . If  $T$  and  $T_{90}$  had different units such a relation could not be written as it would be like trying to find the difference between the distance of two points when one distance is measured in metres and the other in feet. In defining the International Temperature Scale of 1990, what we are really doing is giving the definition of a new quantity  $T_{90}$  that can be used for all practical purposes and is a close representation of thermodynamic temperature.

## 5. The unit of temperature and the values of the Boltzmann and gas constants.

The Boltzmann constant,  $k$ , is the conversion factor between thermal and mechanical energies for a particle and the gas constant,  $R$ , is the conversion factor per mole.  $R$  is thus given by the product of the Boltzmann constant and the Avogadro constant  $N_A$ .

$$R = k N_A$$

The values of the Boltzmann and gas constants can thus be obtained by carrying out an appropriate experiment linking thermal to mechanical quantities at the temperature of the triple point of water.  $R$  and  $k$  could only be determined from measurements made at another temperature if that temperature were to be known with a relative uncertainty smaller than the relative uncertainty sought in the values of  $R$  or  $k$ .

The experiments that have actually been used to determine  $R$  directly are the constant volume gas thermometer and the acoustic thermometer working at the triple point of water. The Boltzmann constant has been determined directly from total radiation thermometry of a blackbody at the triple point and electrical noise thermometry using an electrical resistor also at the triple point. A project is underway to determine  $k$  from measurements of the Doppler broadening of a spectroscopic emission line. The smallest uncertainty so far obtained in any of these experiments is 1.7 ppm from acoustic thermometry using a spherical acoustic resonator at the NIST. This is equivalent to an uncertainty of temperature measurement of 0.46 mK at the temperature of the triple point of water. The only previous determination with an uncertainty below 10 ppm was that made at the NPL using a cylindrical acoustic gas thermometer in the 1960s which reached an uncertainty of 8 ppm. Thus our present value is wholly based on acoustic gas thermometry and it is thus highly desirable that at least one independent method should give a result below 10 ppm.

Various projects are now underway with the aim of reducing the uncertainty in our knowledge of the Boltzmann constant from 1.7 ppm to 1 ppm and to provide values by different methods. These are:

- Acoustic gas thermometry using a quasi-spherical resonator (LNE-INM, NIST and INRIM)
- Dielectric gas thermometry (PTB)
- Total radiation thermometry (NPL)
- Doppler broadening (Univ. Paris Nord/ LNE-INM).

Within the medium term, it is likely that only the acoustic thermometry is likely to reach an uncertainty below 2 ppm, however, the other methods are highly valuable since they would provide independent determinations of  $k$ . Since the uncertainty in the Avogadro constant is already below 1 ppm, determinations of  $R$  or  $k$  can be considered equivalent.

The present uncertainty of realization of the triple point of water, from the most recent key comparison, is about 0.05 mK for cells for which no account was taken of the isotopic content of the water and about half this for those cells whose temperature was corrected for isotopic effects. In relative terms, as a fraction of the triple point temperature, these figures are equivalent to 0.18 ppm and 0.1 ppm respectively, i.e., a factor of ten smaller than the uncertainty of the best measurements of  $k$  or  $R$ .

## **6. The possible form of a new definition of the kelvin and consequences for practical thermometry**

The simplest and most straightforward way of defining the kelvin in terms of the Boltzmann constant is:

**The kelvin is the unit of thermodynamic temperature, it is such that the value of the Boltzmann constant is  $1.3806505 \times 10^{-23}$  joules per kelvin exactly.**

This definition would be followed by at least two Notes:

**Note 1 that this value of the Boltzmann constant is consistent with a thermodynamic temperature of the triple point of water of 273.16 K.**



**Note 2. that the CIPM has prepared a *mise-en-pratique* for the practical realization of the definition that includes, among other things, the current International Temperature Scale (ITS-90), PLTS-2000 and any other internationally agreed scale as well as recommendations for the practical realization of these scales.**

In fact at its meeting in 2005 the CCT decided to proceed immediately with a draft *mise-en-pratique* and the first version was presented to the CIPM in October 2006

While one might argue as to the precise form of the definition, it must essentially mean what is written above. It follows that the gas constant is  $N_A k$ . Thus although the Boltzmann constant would become a defined quantity, the gas constant would have an uncertainty which would be that of the Avogadro constant, unless of course, the Avogadro constant is chosen to define the kilogram or the mole.

In the event of such a redefinition, what would be the position of ITS-90? ITS-90 would become simply take its place as part of the the *mise-en-pratique* of the definition of the Kelvin as already proposed by the CCT. The PLTS-2000 would serve as that part of the *mise-en-pratique* at low temperatures. The reference temperature of ITS-90 would remain the triple point of water at 273.16 K. For the purposes of ITS-90 it would be taken as an exact conventional value but it would have associated with it an uncertainty with respect to thermodynamic temperature that would initially be the uncertainty of the measurements of the Boltzmann constant at the moment of the redefinition. If such a redefinition took place today the uncertainty of the thermodynamic temperature of the triple point of water would be 0.46 mK.

As a *mise-en-pratique*, the ITS-90 would need to have associated with it uncertainties with respect to thermodynamic temperature over every part of its range together with, as they became known, differences from thermodynamic temperature. In fact this requirement already practically exists and there have been difference tables or graphs published of  $T-T_{68}$  and  $T-T_{90}$ . It would also need something like the Supplementary Information for ITS-90 that already exists.

If, in due course, more precise measurements were made by any of the primary thermometers mentioned above (or any new primary device) that indicated a value different from 273.16 K for the temperature of the triple point of water (hopefully within the present uncertainty of 0.46 mK) then the CCT and CIPM would have to decide whether or not to change the value used as the reference for ITS-90. One would not necessarily be obliged to make a change, any difference could simply be incorporated into the already existing difference table between  $T$  and  $T_{90}$ . The sort of experiment that would lead to such a new value would simply be, for example, an acoustic thermometer at the triple point of water that using the new value for  $R$  obtained from  $k$  and  $N_A$ , would give a value for  $T_{tp}$  different from 273.16 K.

Uncertainties in practical temperature measurement made in terms of ITS-90 would be unchanged. Uncertainties in terms of thermodynamic temperature would be as they are now but with an additional uncertainty of 0.46 mK at the triple point of water and proportionally at other temperatures. In view of the fact that uncertainties in thermodynamic temperature are already larger than this in all parts of the scale, there would be little practical effect on the uncertainties of thermodynamic temperature measurements anywhere within the range of ITS-90 or PLTS 2000.

## 7. Conclusions

At the adoption of the first international temperature scale ITS-27 the 7<sup>th</sup> CGPM made three statements:

- that the thermodynamic scale is the fundamental scale of temperature to which all temperature measurements should be related.
- that the conditions required for the realization of the thermodynamic scale were such that it was necessary to have for international use a practical scale that agrees with the thermodynamic scale as closely as present knowledge permits
- that this practical scale be well defined and easy to realise and should make possible world wide uniformity of temperature measurements.

These points remain valid today and are perfectly consistent with taking the ITS-90 to be a *mise-en-pratique* of the definition of the kelvin. The additional point that is also a reason for the existence of an International Temperature Scale is that the reproducibility of primary thermometers is poorer by a factor of nearly ten in many ranges than is a platinum resistance thermometer.

Nevertheless, it is my view that it would be possible to redefine the unit of thermodynamic temperature into one based on a fixed value for the Boltzmann constant today with almost no effect on practical thermometry while still maintaining the original and present aims of the International Temperature Scale. An advantage of making such a change sooner rather than later is that as primary thermometry advances and, we hope, progressively approaches ITS-90 in respect of its reproducibility there would be a smooth transition from International Practical Temperatures to thermodynamic temperatures.

By defining the kelvin in terms of a fixed value for the Boltzmann constant, we open the way to other primary methods of determining thermodynamic temperature without the need for them to refer to the temperature of the triple point of water. This is likely to happen first in the high temperature range where already optical radiometry using the CODATA value for  $k$  can match the reproducibility of ITS-90.

It could also happen at much lower temperatures if the present project to determine the Boltzmann constant from spectroscopic measurements reaches sufficient accuracy. The moment the kelvin is redefined, this experiment will, of course, become a method of primary thermometry and may possibly be the instrument to render ITS-90 obsolete.